

MANUALE PER L'USO DI ALCUNI PROGRAMMI STATISTICI

DARIO SALMASO

Aprile, 1983

Versione 1

**Salmaso, D., 1983. Manuale per l'uso di alcuni programmi statistici.,
RT.IP., aprile 1983.**

Indice:	PAGINA
Introduzione	1-6
DESC. STAT	A
T - Tests	B
Significatività	B-5
Correlation	C
Significatività (Pearson)	C-3
" " (Spearman)	C-4
Nonparametrics	D
Significatività (Mann-Whitney)	D-3
" " (Wilcoxon)	D-4
One Way	E
Two Way	F
Three Way	G
One Way-Rep	H
SPF - P.Q	I
SPF - PR.Q	L
SPF - P.QR	M
COVARIANCE	N
DESC. STAT 1	O
CHI-SQUARE	P
Significatività	P-1
F - table	Q

L'insieme dei programmi di questo package rappresenta sicuramente una buona parte dei problemi statistici e descrittivi che un ricercatore si trova ad affrontare nel corso della propria attività sperimentale.

Vi si trovano infatti sia le analisi delle varianze più comuni, sia i t-tests che alcuni test non-parametrici.

Il mio scopo in queste note non è quello di descrivere la teoria sottostante all'applicazione di uno o dell'altro test, per il quale invece rinvio ad alcuni libri statistici quali il Blalock , il Kirk, il Keppel, il Bruning and Kintz, ma piuttosto di illustrare per ciascun test un esempio con il suo relativo out-put.

E' necessario tuttavia premettere alcune informazioni che sono di utilità generale nell'utilizzo del computer APPLE, su cui attualmente i programmi sono disponibili.

Quando un programma richiede una scelta di una determinata opzione o il valore per un dato parametro, o la risposta ad una data domanda, la comunicazione tra utente e computer avviene generalmente attraverso una "keyboard".

Accanto ai tasti relativi alle lettere e ai numeri, tipici anche delle macchine da scrivere, ci sono anche altri tasti-funzione particolari il cui significato dipende in genere e dal tipo di macchina usata, e dal tipo di programma che in quel momento opera.

Il tasto RESET è un tasto particolare che serve a bloccare l'esecuzione di un programma, o la stampa o che riavvierà una serie di indirizzi che il computer usa normalmente. Dopo aver premuto questo tasto occor-

re ripartire ex-novo con il programma che si intende eseguire.

Il tasto RETURN è in genere equivalente "ad un andare a capo", ma che viene interpretato dal computer come elemento di chiusura di una risposta numerica o alfanumerica richiesta da un programma. Se non viene premuto questo tasto il computer aspetterà indefinitamente un input.

Il tasto ESC è un tasto che apparentemente non genera nulla, ma che viene tuttavia visto dal computer secondo un codice ASCII particolare. Viene spesso usato nella programmazione come tasto di chiusura logica di un programma. Quando un programma richiede un INPUT numerico o alfanumerico questo viene fornito attraverso i tasti della keyboard. Premendo i tasti appropriati si comporrà la risposta opportuna, risposta che può essere generalmente controllata sul monitor. Quello che è stato battuto "vive" tuttavia solo ancora sul display, ma finchè non viene premuto il pulsante RETURN questa risposta non viene "vista" dal programma che rimane perciò in attesa. Se si fossero fatti degli errori si può "ritornare sui propri passi" con due pulsanti denominati ← e →. Essi passano sopra a quello che è già stato scritto. Quando il cursore sarà posizionato sopra alla lettera o numero errato, si potrà ribattere il valore corretto. Attenzione a questo punto a ritornare alla fine della stringa o numero con la freccetta →, perchè altrimenti si rischia di dare una risposta errata. Infatti quando si preme RETURN se ci fosse qualche carattere alla destra del cursore questo verrebbe ignorato. Il computer accetta infatti come risposta tutto e solo quella che è visualizzata tra il punto di partenza del campo di risposta e il carattere immediatamente precedente al cursore. Attenzione infine affinché agli input numerici sia risposta con numeri (attenzione a 0 e Ø che sono per il computer diversi) e a quelli alfanumerici con lettere o che perlomeno il primo carattere sia una lettera. Questo vale ad esempio per il nome di file in cui salvare i dati di un'analisi. Questo nome deve avere come primo carattere

una lettera e può essere lunga quanto si vuole ma è meglio che sia corto e identifichi il tipo di dati o di problema che in quel file sono annidati. Non possono esistere files con nomi uguali: il secondo file viene sovrapposto al primo, le cui informazioni vengono perdute.

Il comando RUN rimanda in esecuzione un programma esistente in memoria; azzerando tutte le variabili in essa contenute.

Un file di dati che non interessa più può essere cancellato con il comando DELETE seguito dal Nome del file e da RETURN. Attenzione che lo spazio di un dischetto non è infinito e perciò ogni tanto occorre cancellare o cambiare dischetto.

- H.M. Blalock Statistica per la ricerca sociale. Il Mulino: Bologna, 1969
- J.L. Bruning and B.L. Kintz Computational handbook of statistic.
Scott, Foresman and Company, 1968
- R.E. Kirk Experimental design: procedures for the behavioral
sciences. Brooks/Cole Publishing Company, Belmont,
California 1968.
- G. Keppel Design & Analysis. Prentice-hall, Inc. 1982

COME SI INIZIA :

Una delle caratteristiche del computer Apple è la possibilità di fare andare in esecuzione un dato programma al momento dell'accensione fisica della macchina.

Il disketto di statistica, in cui ci sono i programmi qui descritti, si serve di questa possibilità per presentare sullo schermo un MENU' in cui sono listati i programmi in esso contenuti. L'utente può scegliere uno di questi programmi muovendo i tasti e finchè il programma desiderato non è "illuminato". A questo punto premendo RETURN verrà automaticamente caricato ed eseguito il programma scelto.

Se si fosse sbagliato nella scelta occorrerà spegnere e riaccendere il computer.

Oltre alla scelta dei programmi il MENU' iniziale permette anche di fare una lista del contenuto del proprio disco o di "formattare" un proprio disco per l'immagazzinamento di dati.

Questa seconda opzione è particolarmente importante se si vuole memorizzare i dati delle proprie analisi. In questo caso è consigliabile lasciare il disketto originale integro per memorizzare i propri FILE di DATI su un altro disketto.

DIMENSIONAMENTO

La quantità di dati che si devono elaborare stabilisce quanta memoria è necessaria al programma e soprattutto se potranno essere gestiti dal computer APPLE.

Più dati si devono elaborare e maggior quantità di memoria occorre.

Per i programmi di queste package più semplici, in base alle risposte fornite direttamente dall'utente, verrà stabilito quanta memoria riservare per i dati che si intendono elaborare.

Cioè c'è una allocazione dinamica dello spazio di memoria occupata.

Per i programmi più complessi è stata posta una restrizione al numero di dati che si possono elaborare limitando il massimo numero di soggetti da considerare a 30.

Non è possibile perciò elaborare dati relativi a disegni sperimentali in cui ci siano più di 30 soggetti per casella.

Ogni tentativo di eccedere questo limite comporterà un anormale interruzione del programma.

Sarebbe possibile elaborare disegni più complessi modificando le linee di programma in cui viene fatto il dimensionamento fisso.

A: Programma DESC.STAT

Questo programma calcola la media, la varianza, la deviazione standard di una variabile il cui nome viene richiesto dall'utente insieme al numero di valori numerici che si vogliono elaborare.

Il programma può anche fornire la conversione da valori grezzi a punti z.

Le pagine A.1 e A.2 riportano un output di questo programma insieme ai valori grezzi dati come input.

DESCRIPTIVE STATISTICS SUMMARY

VARIABLE NAME: A

MEAN = 5.375

VARIANCE = 7.5967742

STANDARD DEVIATION = 2.75622463

STANDARD ERROR = .487236281

CONVERSION FROM RAW TO Z SCORES

RAW SCORES	Z-SCORES
=====	=====
3	-.875473787
6	.230387839
3	-.875473787
3	-.875473787
4	-.506853245
5	-.138232703
4	-.506853245
3	-.875473787
7	.599008381
8	.967628923
7	.599008381
6	.230387839
7	.599008381
8	.967628923
9	1.33624947
8	.967628923
1	-1.61271487
2	-1.24409433
2	-1.24409433
2	-1.24409433
2	-1.24409433
3	-.875473787
4	-.506853245
3	-.875473787
5	-.138232703
6	.230387839
5	-.138232703
6	.230387839
10	1.70487001

10	1.70487001
9	1.33624947
11	2.07349055

A.2

Questo programma può portare al calcolo di un t sia per campioni indipendenti, che per campioni dipendenti.

In entrambi i casi viene fornito il valore medio per la variabile x (gruppo 1) e y (Gruppo 2) insieme al valore calcolato di t e ai gradi di libertà.

Si può ottenere anche una stampa dei dati su cui è stato calcolato il t .

Le pagine B.1 e B.2 si riferiscono ad un possibile output per campioni indipendenti e B.3 e B.4 per campioni dipendente

La pagina B.5 fornisce la tavola per i valori di significatività

B.1

SUMMARY FOR INDEPENDENT-T

X = A
Y = B

THE MEAN OF GROUP 1 IS 5.6875

THE MEAN OF GROUP 2 IS 5.0625

THE VALUE OF THE T-STATISTIC IS

.635171403

DF = 30

RAW DATA USED IN THIS T-TEST

DATA FROM GROUP X

=====

3
6
3
3
4
5
4
3
7
8
7
6
7
8
9
8

DATA FROM GROUP Y

=====

1
2
2
2
2
3
4
3
5
6
5
6
10
10

SUMMARY FOR CORRELATED T

X = A
Y = B

THE MEAN OF GROUP 1 = 5.6875
THE MEAN OF GROUP 2 = 5.0625

THE VALUE OF THE T-STATISTIC IS

1.27411798

DF = 16

RAW DATA USED IN THIS T-TEST

DATA FROM GROUP X

=====

3
6
3
3
4
5
4
3
7
8
7
6
7
8
9
8

DATA FROM GROUP Y

=====

1
2
2
2
2
3
4
3
5
6
5
6
10
10

Appendix B. *t* Statistic

<i>df</i>	Alpha level of significance for directional (one-tailed) tests					
	.25	.05	.025	.01	.005	.0005
	Alpha level of significance for nondirectional (two-tailed) tests					
	.50	.10	.05	.02	.01	.001
1	1.000	6.314	12.706	31.821	63.657	636.619
2	.816	2.920	4.303	6.965	9.925	31.598
3	.765	2.353	3.182	4.541	5.841	12.941
4	.741	2.132	2.776	3.747	4.604	8.610
5	.727	2.015	2.571	3.365	4.032	6.859
6	.718	1.943	2.447	3.143	3.707	5.959
7	.711	1.895	2.365	2.998	3.499	5.405
8	.706	1.860	2.306	2.896	3.355	5.041
9	.703	1.833	2.262	2.821	3.250	4.781
10	.700	1.812	2.228	2.764	3.169	4.587
11	.697	1.796	2.201	2.718	3.106	4.437
12	.695	1.782	2.179	2.681	3.055	4.318
13	.694	1.771	2.160	2.650	3.012	4.221
14	.692	1.761	2.145	2.624	2.977	4.140
15	.691	1.753	2.131	2.602	2.947	4.073
16	.690	1.746	2.120	2.583	2.921	4.015
17	.689	1.740	2.110	2.567	2.898	3.965
18	.688	1.734	2.101	2.552	2.878	3.922
19	.688	1.729	2.093	2.539	2.861	3.883
20	.687	1.725	2.086	2.528	2.845	3.850
21	.686	1.721	2.080	2.518	2.831	3.819
22	.686	1.717	2.074	2.508	2.819	3.792
23	.685	1.714	2.069	2.500	2.807	3.767
24	.685	1.711	2.064	2.492	2.797	3.745
25	.684	1.708	2.060	2.485	2.787	3.725
26	.684	1.706	2.056	2.479	2.779	3.707
27	.684	1.703	2.052	2.473	2.771	3.690
28	.683	1.701	2.048	2.467	2.763	3.674
29	.683	1.699	2.045	2.462	2.756	3.659
30	.683	1.697	2.042	2.457	2.750	3.646
40	.681	1.684	2.021	2.423	2.704	3.551
60	.679	1.671	2.000	2.390	2.660	3.460
120	.677	1.658	1.980	2.358	2.617	3.373
∞	.674	1.645	1.960	2.326	2.576	3.291

Source: Appendix B is taken from Table III of Fisher & Yates: *Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research*, published by Oliver & Boyd Ltd., Edinburgh, and by permission of the authors and publishers. This abridgment is reproduced from John G. Peatman, *Introduction to Applied Statistics*. New York: Harper & Row, Publishers, 1953. Reprinted by permission.

Anche in questo caso lo stesso programma può portare al calcolo di due distinti indici di correlazione, il primo conosciuto come coefficiente di Pearson, e il secondo come coefficiente di Spearman, o coefficiente RHO. Questo secondo è un coefficiente non-parametrico.

Anche in questo programma è previsto l'output dei valori forniti sotto la variabile x e sotto y.

Le pagine C.1 e C.2 contengono gli output esemplificativi per ciascun coefficiente .

La pagina C.3 contiene la tavola per il calcolo della significatività.

PEARSON'S R COEFFICIENT

X = A

Y = B

R = .827877326

DATA FOR VARIABLES X AND Y:

3	1
6	2
3	2
3	2
4	2
5	3
4	4
3	3
7	5
8	6
7	5
6	6
7	10
8	10
9	9
8	11

SPEARMAN'S RHO COEFFICIENT

C.2

X = A

Y = B

RHO = .905882353

DATA FOR VARIABLES X AND Y:

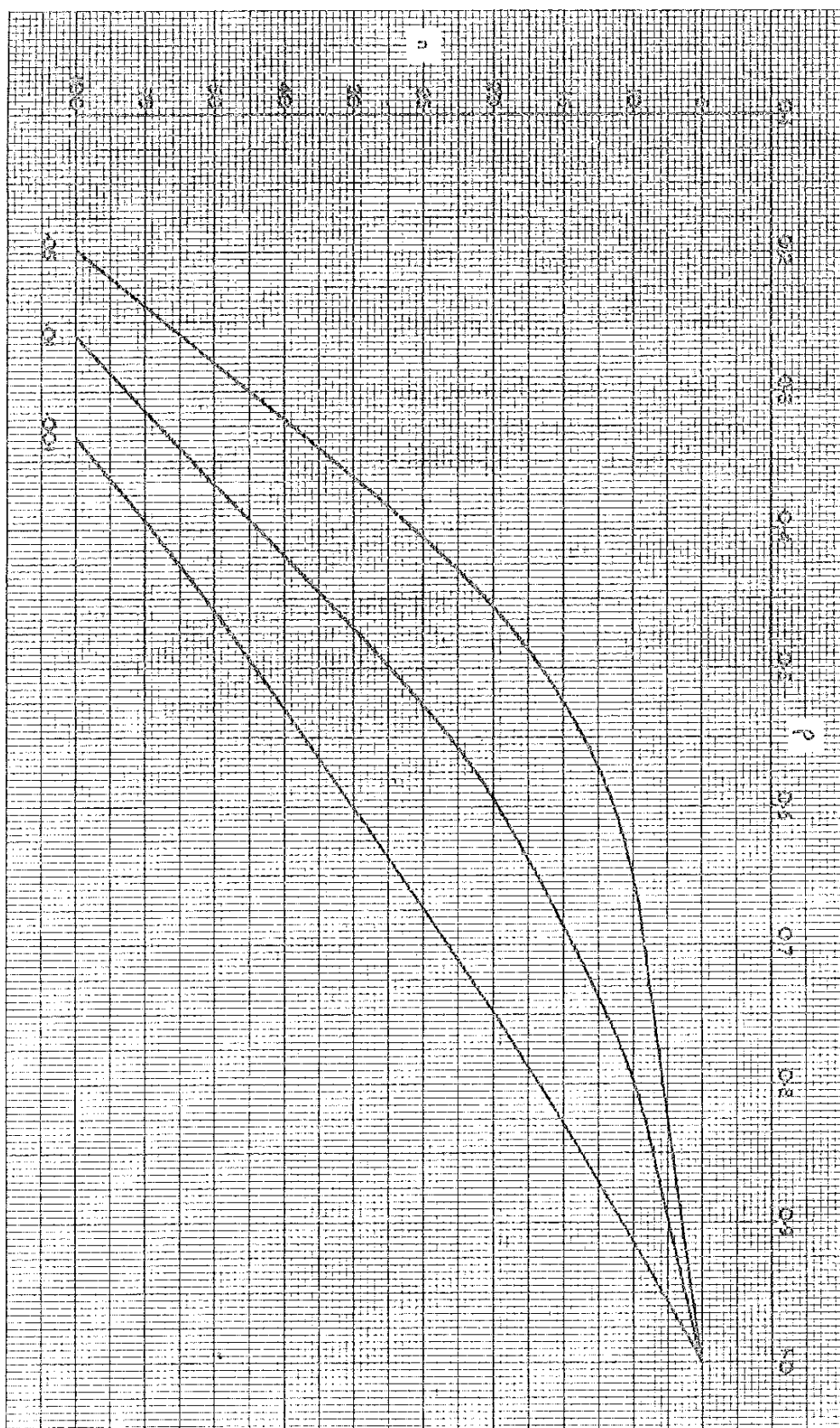
3	1
6	2
3	2
3	2
4	2
5	3
4	4
3	3
7	5
8	6
7	5
6	6
7	10
8	10
9	9
8	11

Appendix F. Pearson's r

$n' - 2$	.10	.05	.02	.01	.001
1	.98769	.99692	.999507	.999877	.9999988
2	.90000	.95000	.98000	.990000	.99900
3	.8054	.8783	.93433	.95873	.99116
4	.7293	.8114	.8822	.91720	.97406
5	.6694	.7545	.8329	.8745	.95074
6	.6215	.7067	.7887	.8343	.92493
7	.5822	.6664	.7498	.7977	.8982
8	.5494	.6319	.7155	.7646	.8721
9	.5214	.6021	.6851	.7348	.8471
10	.4973	.5760	.6581	.7079	.8233
11	.4762	.5529	.6339	.6835	.8010
12	.4575	.5324	.6120	.6614	.7800
13	.4409	.5139	.5923	.6411	.7603
14	.4259	.4973	.5742	.6226	.7420
15	.4124	.4821	.5577	.6055	.7246
16	.4000	.4683	.5425	.5897	.7084
17	.3887	.4555	.5285	.5751	.6932
18	.3783	.4438	.5155	.5614	.6787
19	.3687	.4329	.5034	.5487	.6652
20	.3598	.4227	.4921	.5368	.6524
25	.3233	.3809	.4451	.4869	.5974
30	.2960	.3494	.4093	.4487	.5541
35	.2746	.3246	.3810	.4182	.5189
40	.2573	.3044	.3578	.3932	.4896
45	.2428	.2875	.3384	.3721	.4648
50	.2306	.2732	.3218	.3541	.4433
60	.2108	.2500	.2948	.3248	.4078
70	.1954	.2319	.2737	.3017	.3799
80	.1829	.2172	.2565	.2830	.3568
90	.1726	.2050	.2422	.2673	.3375
100	.1638	.1946	.2301	.2540	.3211

source: Appendix F is taken from Table VI of Fisher & Yates: *Statistical Tables for Biological, Agricultural and Medical Research*, published by Oliver & Boyd Ltd., Edinburgh, and by permission of the authors and publishers.

TABLE XI Distributions of Critical Probability Levels of Spearman's Coefficient of Correlation (ρ) (two tails)



$$\frac{r}{p}$$

L'opzione iniziale prevede la scelta tra due indici distinti il MANN-WHITNEY u TEST (1) e il WILCOXOM TEST (2).

Il primo test viene generalmente usato in alternativa ad un t-test per campioni indipendenti, potendosi infatti usare con dati misurati su scala ordinale e non richiedendo alcuna assunzione sulla forma della distribuzione. Il secondo tipo di test è invece un'alternativa.

al t-test per campioni dipendenti e anche in questo caso non viene fatta alcuna assunzione sul tipo di distribuzione.

Per entrambi i programmi è previsto l'output dei dati usati per l'analisi.

Le pagine D.1 e D.2 contengono degli output esemplificativi per l'uno e l'altro tipo di test.

Le pagine D.3 e D.4 contengono le tabelle per il relativo calcolo di significatività.

SUMMARY FOR MANN-WHITNEY U TEST

U1 = 101.5 (N = 16)

U2 = 154.5 (N = 16)

MEAN FOR GROUP 1 = 5.4875

MEAN FOR GROUP 2 = 5.0625

GROUP 1 DATA

RAW DATA	SORTED DATA
=====	=====

3	3
6	3
3	3
3	3
4	4
5	4
4	5
3	6
7	6
8	7
7	7
6	7
7	8
8	8
9	8
8	9

GROUP 2 DATA

RAW DATA	SORTED DATA
=====	=====

1	1
2	2
2	2
2	2
2	2
3	3
4	3
3	4
5	5
6	5
5	6
6	6
10	9
10	10
9	10
11	11

SUMMARY FOR WILCOXON TEST

T = 28 (N = 16)

THE SMALLER SUM OF RANKS IS POSITIVE

MEAN FOR GROUP 1 = 10.25

MEAN FOR GROUP 2 = 11.25

DATA USED IN THIS WILCOXON ANALYSIS

GROUP 1	GROUP 2
=====	=====

3	6
3	3
4	5
4	3
7	8
7	6
7	8
9	8
1	2
2	2
2	3
4	3
5	6
5	6
10	10
9	11

Critical Values of the U Statistic of the Mann-Whitney Test

To read this table, the number of cases in both groups must be located in the particular subtable that lists the level of significance desired with either a one-tailed or a two-tailed test. Assume that you wish to find the critical value using a two-tailed test at the .05 level of significance. To do this, the first step is to locate n_1 and n_2 in subtable "c." The point at which the n_1 row and the n_2 column intersect represents the maximum critical value for significance at the .05 level. If, for example, n_1 equals 10, n_2 equals 15, and the computed value equals 23, it is concluded that the difference between the groups is significant—i.e., the tabled critical value for $n_1 = 10$ and $n_2 = 15$ is 39, and 23 is obviously smaller than 39.

(a) Critical Values of U for a One-Tailed Test at .001 or for a Two-Tailed Test at .002

$n_2 \backslash n_1$	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1												
2												
3									0	0	0	0
4		0	0	0	1	1	1	2	2	3	3	3
5	1	1	2	2	3	3	4	5	5	6	7	7
6	2	3	4	4	5	6	7	8	9	10	11	12
7	3	5	6	7	8	9	10	11	13	14	15	16
8	5	6	8	9	11	12	14	15	17	18	20	21
9	7	8	10	12	14	15	17	19	21	23	25	26
10	8	10	12	14	17	19	21	23	25	27	29	32
11	10	12	15	17	20	22	24	27	29	32	34	37
12	12	14	17	20	23	25	28	31	34	37	40	42
13	14	17	20	23	26	29	32	35	38	42	45	48
14	15	19	22	25	29	32	36	39	43	46	50	54
15	17	21	24	28	32	36	40	43	47	51	55	59
16	19	23	27	31	35	39	43	48	52	56	60	65
17	21	25	29	34	38	43	47	52	57	61	66	70
18	23	27	32	37	42	46	51	56	61	66	71	76
19	25	29	34	40	45	50	55	60	66	71	77	82
20	26	32	37	42	48	54	59	65	70	76	82	88

source: Adapted and abridged from Tables 1, 3, 5, and 7 of D. Aube, "Extended Tables for the Mann-Whitney Statistic," *Bulletin of the Institute of Educational Research at Indiana University*, 1953, 1, No. 2. Reproduced from S. Siegel, *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1956. Reprinted by permission of the Institute of Educational Research and McGraw-Hill Book Company.

Appendix G. *U* Statistic (*cont.*)(b) Critical Values of *U* for a One-Tailed Test at .01 or for a Two-Tailed Test at .02

$n_1 \backslash n_2$	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1												
2					0	0	0	0	0	0	1	1
3	1	1	1	2	2	2	3	3	4	4	4	5
4	3	3	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
6	7	8	9	11	12	13	15	16	18	19	20	22
7	9	11	12	14	16	17	19	21	23	24	26	28
8	11	13	15	17	20	22	24	26	28	30	32	34
9	14	16	18	21	23	26	28	31	33	36	38	40
10	16	19	22	24	27	30	33	36	38	41	44	47
11	18	22	25	28	31	34	37	41	44	47	50	53
12	21	24	28	31	35	38	42	46	49	53	56	60
13	23	27	31	35	39	43	47	51	55	59	63	67
14	26	30	34	38	43	47	51	56	60	65	69	73
15	28	33	37	42	47	51	56	61	66	70	75	80
16	31	36	41	46	51	56	61	66	71	76	82	87
17	33	38	44	49	55	60	66	71	77	82	88	93
18	36	41	47	53	59	65	70	76	82	88	94	100
19	38	44	50	56	63	69	75	82	88	94	101	107
20	40	47	53	60	67	73	80	87	93	100	107	114

Appendix G. *U* Statistic (cont.)

(d) Critical Values of *U* for a One-Tailed Test at .05 or for a Two-Tailed Test at .10

D.3.3

$n_1 \backslash n_2$	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1											0	0
2	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	4
3	3	4	5	5	6	7	7	8	9	9	10	11
4	6	7	8	9	10	11	12	14	15	16	17	18
5	9	11	12	13	15	16	18	19	20	22	23	25
6	12	14	16	17	19	21	23	25	26	28	30	32
7	15	17	19	21	24	26	28	30	33	35	37	39
8	18	20	23	26	28	31	33	36	39	41	44	47
9	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54
10	24	27	31	34	37	41	44	48	51	55	58	62
11	27	31	34	38	42	46	50	54	57	61	65	69
12	30	34	38	42	47	51	55	60	64	68	72	77
13	33	37	42	47	51	56	61	65	70	75	80	84
14	36	41	46	51	56	61	66	71	77	82	87	92
15	39	44	50	55	61	66	72	77	83	88	94	100
16	42	48	54	60	65	71	77	83	89	95	101	107
17	45	51	57	64	70	77	83	89	96	102	109	115
18	48	55	61	68	75	82	88	95	102	109	116	123
19	51	58	65	72	80	87	94	101	109	116	123	130
20	54	62	69	77	84	92	100	107	115	123	130	138

Appendix G. *U* Statistic (cont.)

(c) Critical Values of *U* for a One-Tailed Test at .025 or for a Two-Tailed Test at .05

$n_1 \backslash n_2$	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1												
2	0	0	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2
3	2	3	3	4	4	5	5	6	6	7	7	8
4	4	5	6	7	8	9	10	11	11	12	13	13
5	7	8	9	11	12	13	14	15	17	18	19	20
6	10	11	13	14	16	17	19	21	22	24	25	27
7	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34
8	15	17	19	22	24	26	29	31	34	36	38	41
9	17	20	23	26	28	31	34	37	39	42	45	48
10	20	23	26	29	33	36	39	42	45	48	52	55
11	23	26	30	33	37	40	44	47	51	55	58	62
12	26	29	33	37	41	45	49	53	57	61	65	69
13	28	33	37	41	45	50	54	59	63	67	72	76
14	31	36	40	45	50	55	59	64	67	74	78	83
15	34	39	44	49	54	59	64	70	75	80	85	90
16	37	42	47	53	59	64	70	75	81	86	92	98
17	39	45	51	57	63	67	75	81	87	93	99	105
18	42	48	55	61	67	74	80	86	93	99	106	112
19	45	52	58	65	72	78	85	92	99	106	113	119
20	48	55	62	69	76	83	90	98	105	112	119	127

Critical Values of Wilcoxon's T Statistic for the Matched-Pairs Signed-Ranks Test

To use this table, first locate the number of *pairs* of scores in the n' column. The critical values for the several levels of significance are listed in the columns to the right. For example, if n' were 20 and the computed value 25, it would be concluded that since 25 is less than 38, this value is significant beyond the .01 level of significance for a two-tailed test.

n'	Level of significance for one-tailed test		
	.025	.01	.005
	Level of significance for two-tailed test		
	.05	.02	.01
6	1	—	—
7	2	0	—
8	4	2	0
9	6	3	2
10	8	5	3
11	11	7	5
12	14	10	7
13	17	13	10
14	21	16	13
15	25	20	16
16	30	24	19
17	35	28	23
18	40	33	28
19	46	38	32
20	52	43	37
21	59	49	43
22	66	56	49
23	73	62	55
24	81	69	61
25	90	77	68

Note that n' is the number of matched pairs.

Source: Adapted from Table I of F. Wilcoxon, *Some Rapid Approximate Statistical Procedures*, rev. ed. New York: American Cyanamid Company, 1964. Reproduced from S. Siegel, *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1959. Reprinted by permission of the American Cyanamid Company and McGraw-Hill Book Company.

E' il caso più semplice di analisi della varianza in cui viene considerato un unico fattore a 2 o più livelli e in cui ciascun soggetto viene utilizzato esclusivamente per uno di questi livelli. I soggetti per ciascun livello o gruppo possono essere diversi, ma sarebbe meglio che fossero di eguale grandezza.

Il programma chiede come input il numero totale di osservazioni, il numero totale dei gruppi (cioè i livelli del fattore considerati) e se questi sono di eguale dimensione.

I dati possono essere forniti sia come file, sia direttamente da tastiera. In entrambi i casi vengono forniti i valori numerici per tutto il gruppo 1, poi per il 2 e così via.

Nella tavola riassuntiva viene già riportato il valore di F e se è significativo. Per una più precisa valutazione della probabilità associata occorre vedere le tavole dei valori F .

La pagina E.1 presenta un output esemplificativo quando il numero totale di osservazioni è 32.

1 SUMMARY TABLE FOR ONE-WAY ANOVA

TREATMENT VARIABLE = A

BETWEEN: SS= 3.125 DF= 1 MS= 3.125 F= .403442711

WITHIN: SS= 232.375 DF= 30 MS=7.74583334

TOTAL: SS= 235.5 DF= 31

** P<.01 * P<.05

*** SUMMARY OF GROUP MEANS ***

GROUP 1 MEAN = 5.6875

GROUP 2 MEAN = 5.0625

In questo caso i fattori considerati sono due, visti come una variabile di riga e una di colonna. Per questo si immagina una matrice $R \times C$, dove R e C identificano i livelli dei due fattori.

Il programma chiede il numero di dati per casella (non quello totale) nel caso siano ugali oppure, nel caso non siano uguali, quello per ciascuna casella.

La tabella riassuntiva mostra il valore di F per ciascun fattore e per l'interazione. Vengono inoltre presentate le medie sulle caselle, sulle righe e sulle colonne.

Le pagine F.1 e F.2 mostrano un output esemplificativo quando il numero di dati per casella è 8.

SUMMARY TABLE FOR TWO-WAY ANOVA

=====

ROW VARIABLE = A

COLUMN VARIABLE = B

=====

ROW VARIABLE: SS= 3.125 DF= 1 MS= 3.125 F = 1.3618677

COLUMN VARIABLE: SS= 162 DF= 1 MS= 162 F= 70.5992218 **

INTERACTION: SS= 6.125 DF= 1 MS= 6.125 F= 2.6692607

ERROR-W: SS= 64.25 DF= 28 MS = 2.29464286

=====

TOTAL: SS= 235.5 DF= 31

=====

** P<.01

* P<.05

*** SUMMARY OF CELL MEANS ***

ROW 1 COLUMN 1 = 3.875

ROW 1 COLUMN 2 = 7.5

ROW 2 COLUMN 1 = 2.375

ROW 2 COLUMN 2 = 7.75

*** SUMMARY OF MARGINAL MEANS ***

MEAN OF ROW 1 = 5.6875

MEAN OF ROW 2 = 5.0625

MEAN OF COLUMN 1 = 3.125

MEAN OF COLUMN 2 = 7.625

RAW DATA USED IN THIS TWO-WAY ANALYSIS:

DATA FROM ROW 1 COLUMN 1:

3

6

3

3

4

5

4

3

DATA FROM ROW 1 COLUMN 2:

7

8

7

6
7
8
9
8

DATA FROM ROW 2 COLUMN 1:

1
2
2
2
2
3
4
3

DATA FROM ROW 2 COLUMN 2:

5
6
5
6
10
10
9
11

Si considerino tre fattori che per comodità si chiameranno A, B e C con a, b e c livelli. Il programma richiede anche in questo caso il numero di dati per ciascuna casella o quello singolo di ogni casella se sono diseguali.

La tavola riassuntiva mostra gli F per gli effetti semplici, cioè i fattori e per le loro interazioni.

Vengono pure fornite le medie sulle $a \times b \times c$ caselle e per i livelli di ciascun fattore.

Le pagine G.1 e G.2 mostrano un output esemplificativo quando il numero di dati per casella è 4.

SUMMARY TABLE FOR THREE-WAY ANOVA

VARIABLE A = A
 VARIABLE B = B
 VARIABLE C = C

VARIABLE A: SS= 3.125 DF= 1 MS= 3.125 F= 4.05405406

VARIABLE B: SS= 162 DF= 1 MS= 162 F= 210.162162 **

VARIABLE C: SS= 24.5 DF= 1 MS= 24.5 F= 31.7837838 **

A X B: SS= 6.125 DF= 1 MS= 6.125 F= 7.94594595 **

A X C: SS= 10.125 DF= 1 MS= 10.125 F= 13.1351351 **

B X C: SS= 8 DF= 1 MS= 8 F= 10.3783784 **

A X B X C: SS= 3.125 DF= 1 MS= 3.125 F= 4.05405406

W. CELL (ERROR): SS= 18.5 DF= 24 MS= .770833333

TOTAL: SS= 235.5 DF= 31

** P<.01 * P<.05

*** SUMMARY OF CELL MEANS ***

CELL MEAN FOR A1 ,B1 ,C1 = 3.75
 CELL MEAN FOR A1 ,B1 ,C2 = 4
 CELL MEAN FOR A1 ,B2 ,C1 = 7
 CELL MEAN FOR A1 ,B2 ,C2 = 8
 CELL MEAN FOR A2 ,B1 ,C1 = 1.75
 CELL MEAN FOR A2 ,B1 ,C2 = 3
 CELL MEAN FOR A2 ,B2 ,C1 = 5.5
 CELL MEAN FOR A2 ,B2 ,C2 = 10

*** SUMMARY OF MARGINAL MEANS ***

MEAN OF A(1): 5.6875
 MEAN OF A(2): 5.0625

MEAN OF B(1): 3.125
 MEAN OF B(2): 7.625

MEAN OF C(1): 4.5
 MEAN OF C(2): 6.25

RAW DATA USED IN THIS THREEWAY ANALYSIS

DATA FROM CELL A1,B1,C1

3

6

3

3

DATA FROM CELL A1,B1,C2

4

5

4

3

DATA FROM CELL A1,B2,C1

7

8

7

6

DATA FROM CELL A1,B2,C2

7

8

9

8

DATA FROM CELL A2,B1,C1

1

2

2

2

DATA FROM CELL A2,B1,C2

2

3

4

3

DATA FROM CELL A2,B2,C1

5

6

5

6

DATA FROM CELL A2,B2,C2

10

10

9

11

E' il caso più semplice dei disegni sperimentali a misure ripetute, dove cioè i dati sui livelli del fattore sono ricavati da uno stesso soggetto.

Il programma richiede il numero dei livelli del fattore e il numero di soggetti (in senso fisico) considerati. Perciò se a è il numero dei livelli del fattore A e S il numero dei soggetti, ci saranno in totale axs valori.

La tavola riassuntiva presenta i valori di F per il fattore considerato (TREATMENT) e quella relativa ai soggetti. Vengono inoltre fornite le medie per ciascun livello.

Le pagine H.1 e H.2 presentano un output esplicativo quando s è uguale a 16.

SUMMARY TABLE FOR RANDOMIZED BLOCK ANOVA

TREATMENT = A

TREATMENT SS = 2 DF = 1 MS = 2 F = 3

SUBJECTS: SS = 223.5 DF = 15 MS = 14.9 F = 22.35 **

ERROR: SS = 10 DF = 15 MS = .666666667

TOTAL: SS = 235.5 DF = 31

** P<.01 * P<.05

*** SUMMARY OF GROUP MEANS ***

MEAN OF TREATMENT LEVEL 1 = 5.125

MEAN OF TREATMENT LEVEL 2 = 5.625

RAW DATA USED IN THIS ANALYSIS:

DATA FOR SUBJECT 1

3

6

DATA FOR SUBJECT 2

3

3

DATA FOR SUBJECT 3

4

5

DATA FOR SUBJECT 4

4

3

DATA FOR SUBJECT 5

7

8

DATA FOR SUBJECT 6

7

6

DATA FOR SUBJECT 7

7

8

DATA FOR SUBJECT 8

9

8

DATA FOR SUBJECT 9

1

2

DATA FOR SUBJECT 10
2
2
DATA FOR SUBJECT 11
2
3
DATA FOR SUBJECT 12
4
3
DATA FOR SUBJECT 13
5
6
DATA FOR SUBJECT 14
5
6
DATA FOR SUBJECT 15
10
10
DATA FOR SUBJECT 16
9
11

I fattori soggetti ad analisi in questo programma sono due: un fattore A con a livelli, ciascuno dei quali con gruppi distinti di soggetti, e un fattore R con r livelli, in cui invece ogni soggetto viene impiegato su tutti i livelli del fattore stesso.

Si tratti perciò di un disegno sperimentale misto con il fattore A "tra i soggetti" e il fattore R "entro i soggetti".

La tavola riassuntiva fornisce il valore di F per il fattore A ed R e per la loro interazione. Vengono pure fornite le medie su ciascuna casella del disegno sperimentale, nonché le medie per ciascun livello.

Le pagine I.1 e I.2 presentano output esemplificativo per $a=2$, $r=2$,
e $s=8$.

SUMMARY TABLE FOR SPF-P.Q ANALYSIS

VARIABLE A = A
VARIABLE R = R

```
=====
BETWEEN SUBJ:    SS= 223.5    DF= 15

VARIABLE  A   :   SS= 3.125    DF= 1    MS= 3.125    F= .198525241

SUBJ W.GROUPS:   SS= 220.375    DF= 14    MS= 15.7410714

WITHIN SUBJ:     SS= 12     DF= 16

VARIABLE  R:     SS= 2     DF= 1    MS= 2     F= 2.83544304

A X R      :     SS= .125    DF= 1    MS= .125    F= .17721519

ERROR-W:        SS= 9.875    DF= 14    MS= .705357143
=====
TOTAL          SS = 235.5    DF = 31
=====
** P<.01      * P<.05
```

```
-----
*** SUMMARY OF GROUP MEANS ***
```

```
CELL A(1), LEVEL R(1) = 5.5
CELL A(1), LEVEL R(2) = 5.875
CELL A(2), LEVEL R(1) = 4.75
CELL A(2), LEVEL R(2) = 5.375
```

```
-----
*** SUMMARY OF MARGINAL MEANS ***
```

```
MEAN OF GROUP A(1) = 5.6875
MEAN OF GROUP A(2) = 5.0625
```

```
MEAN OF R(1) = 5.125
MEAN OF R(2) = 5.625
```

```
-----
SCORES FROM SUBJECT 1, GROUP A(1):
3
6
SCORES FROM SUBJECT 2, GROUP A(1):
3
3
SCORES FROM SUBJECT 3, GROUP A(1):
```

4
5
SCORES FROM SUBJECT 4, GROUP A(1):
4
3
SCORES FROM SUBJECT 5, GROUP A(1):
7
8
SCORES FROM SUBJECT 6, GROUP A(1):
7
6
SCORES FROM SUBJECT 7, GROUP A(1):
7
8
SCORES FROM SUBJECT 8, GROUP A(1):
9
8
SCORES FROM SUBJECT 1, GROUP A(2):
1
2
SCORES FROM SUBJECT 2, GROUP A(2):
2
2
SCORES FROM SUBJECT 3, GROUP A(2):
2
3
SCORES FROM SUBJECT 4, GROUP A(2):
4
3
SCORES FROM SUBJECT 5, GROUP A(2):
5
6
SCORES FROM SUBJECT 6, GROUP A(2):
5
6
SCORES FROM SUBJECT 7, GROUP A(2):
10
10
SCORES FROM SUBJECT 8, GROUP A(2):
9
11

I fattori considerati sono tre, di cui 2 "tra i soggetti" e uno "entro i soggetti".

I fattori A e B sono quelli "tra" e R ancora quello ripetuto.

Anche in questo caso è chiesto il numero dei livelli di A, B ed R.

Il numero dei soggetti è chiesto per ciascuna delle caselle A x B.

Dopo questa richiesta il programma calcola il numero totale di osservazioni che ci sono nell'analisi. Si verifichi questo numero con il numero totale di dati che si hanno, che deve naturalmente essere lo stesso.

La tavola fornita alla fine dell'elaborazione presenta i valori di F per i fattori e le loro interazioni, nonché le medie per ciascuna delle $a \times b \times r$ caselle del disegno e quelle per ciascun livello del fattore considerato.

Le pagine L.1 e L.2 presentano un output esemplificativo quando $a=2$, $b=2$, $r=2$, $s=4$.

SUMMARY TABLE FOR SPF-PR.0

=====

A = A
B = B
R = R

=====

BETWEEN SUBJ: SS= 223.5 DF= 15

VARIABLE A: SS= 3.125 DF= 1 MS= 3.125 F= .717703349

VARIABLE B: SS= 162 DF= 1 MS= 162 F= 37.2057416 **

A X B: SS= 6.125 DF= 1 MS= 6.125 F= 1.40669857

ERROR-BETWN: SS= 52.25 DF= 12 MS= 4.35416667

WITHIN SUBJ: SS= 12 DF= 16

VARIABLE R : SS= 2 DF= 1 MS= 2 F= 2.74285714

A X R: SS= .125 DF= 1 MS= .125 F= .171428571

B X R: SS= 0 DF= 1 MS= 0 F= 0

A X B X R: SS=1.125 DF= 1 MS= 1.125 F= 1.54285714

ERROR WITHIN: SS= 8.75 DF= 12 MS= .729166667

=====

TOTAL: SS= 235.5 DF = 31

=====

** P<.01 * P<.05

** SUMMARY OF CELL MEANS **

GROUP A(1), B(1), R(1) = 3.5
 GROUP A(1), B(1), R(2) = 4.25
 GROUP A(1), B(2), R(1) = 7.5
 GROUP A(1), B(2), R(2) = 7.5
 GROUP A(2), B(1), R(1) = 2.25
 GROUP A(2), B(1), R(2) = 2.5
 GROUP A(2), B(2), R(1) = 7.25
 GROUP A(2), B(2), R(2) = 8.25

** SUMMARY OF MARGINAL MEANS **

MEAN OF GROUP A(1) = 5.6875
 MEAN OF GROUP A(2) = 5.0625

MEAN OF GROUP B(1) = 3.125
 MEAN OF GROUP B(2) = 7.625

MEAN OF GROUP R(1) = 5.125

MEAN OF GROUP R(2) = 5.625

RAW DATA USED IN THIS SPF-PR.Q ANALYSIS:

DATA FROM SUBJECT 1, CELL A1 - B1

3

6

DATA FROM SUBJECT 2, CELL A1 - B1

3

3

DATA FROM SUBJECT 3, CELL A1 - B1

4

5

DATA FROM SUBJECT 4, CELL A1 - B1

4

3

DATA FROM SUBJECT 1, CELL A1 - B2

7

8

DATA FROM SUBJECT 2, CELL A1 - B2

7

6

DATA FROM SUBJECT 3, CELL A1 - B2

7

8

DATA FROM SUBJECT 4, CELL A1 - B2

9

8

DATA FROM SUBJECT 1, CELL A2 - B1

1

2

DATA FROM SUBJECT 2, CELL A2 - B1

2

2

DATA FROM SUBJECT 3, CELL A2 - B1

2

3

DATA FROM SUBJECT 4, CELL A2 - B1

4

3

DATA FROM SUBJECT 1, CELL A2 - B2

5

6

DATA FROM SUBJECT 2, CELL A2 - B2

5

6

DATA FROM SUBJECT 3, CELL A2 - B2

10

10

DATA FROM SUBJECT 4, CELL A2 - B2

9

11

Anche in questo caso i fattori considerati sono tre, ma qui una variabile (A) è tra i soggetti e le altre due (Q ed R) entro i soggetti. Vengono chiesti i livelli di ciascun fattore e il numero di soggetti per ciascun livello di A. La tavola riassuntiva presenta prima i valori per le variabili "tra i soggetti" e poi quelli relativi ad Q ed R nonché le interazioni tra i fattori.

Vengono anche stampate le medie per ciascuna delle caselle del disegno sperimentale. ($\bar{a} \times \bar{q} \times \bar{r}$), e le medie per ciascun livello di ciascun fattore.

Le pagine M.1 e M.2 presentano l'output esemplificativo quando $a=2$, $q=2$, $r=2$ ed $s=4$.

SUMMARY TABLE FOR SPF-P.QR

=====

A = A
Q = Q
R = R

=====

BETWEEN SUBJ: SS= 217 DF= 7

VARIABLE A: SS= 3.125 DF= 1 MS= 3.125 F= .0876680304

SUBJ.W.GROUPS SS= 213.875 DF= 6 MS= 35.6458333

WITHIN SUBJ: SS= 18.5 DF= 24

VARIABLE Q: SS= .125 DF= 1 MS= .125 F= .171428571

A X Q: SS= 2 DF= 1 MS= 2 F= 2.74285714

Q X SUBJ.W.GP: SS= 4.375 DF= 6 MS= .729166667

VARIABLE R: SS= 2 DF= 1 MS= 2 F = 5.05263158

A X R: SS= .125 DF= 1 MS= .125 F = .315789474

R X SUBJ.W.GP: SS= 2.375 DF= 6 MS= .395833333

Q X R: SS= 3.125 DF= 1 MS= 3.125 F = 7.89473684 *

A X Q X R: SS= 2 DF= 1 MS= 2 F = 5.05263158

QR X SJ.W.GRP: SS= 2.375 DF= 6 MS= .395833333

=====

TOTAL SS= 235.5 DF= 31

=====

** SUMMARY OF CELL MEANS **

MEAN FOR A(1), Q(1), R(1) = 5.25
MEAN FOR A(1), Q(1), R(2) = 6.75
MEAN FOR A(1), Q(2), R(1) = 5.75
MEAN FOR A(1), Q(2), R(2) = 5
MEAN FOR A(2), Q(1), R(1) = 4.5
MEAN FOR A(2), Q(1), R(2) = 5.25
MEAN FOR A(2), Q(2), R(1) = 5
MEAN FOR A(2), Q(2), R(2) = 5.5

** SUMMARY OF MARGINAL MEANS **

MEAN FOR A(1) IS 5.6875
MEAN FOR A(2) IS 5.0625

MEAN FOR Q(1) IS 5.4375
MEAN FOR Q(2) IS 5.3125

MEAN FOR R(1) IS 5.125
MEAN FOR R(2) IS 5.625

RAW DATA USED IN THIS ANALYSIS:

DATA FOR SUBJECT 1, GROUP A(1)

3
6
3
3

DATA FOR SUBJECT 2, GROUP A(1)

4
5
4
3

DATA FOR SUBJECT 3, GROUP A(1)

7
8
7
6

DATA FOR SUBJECT 4, GROUP A(1)

7
8
9
8

DATA FOR SUBJECT 1, GROUP A(2)

1
2
2
2

DATA FOR SUBJECT 2, GROUP A(2)

2
3
4
3

DATA FOR SUBJECT 3, GROUP A(2)

5
6
5
6

DATA FOR SUBJECT 4, GROUP A(2)

10
10
9
11

È il caso più semplice di analisi della covarianza con un'unica
fattore considerato associato ad una variabile che covaria..

Per ciascun soggetto dovranno perciò essere forniti 2 valori; uno re-
lativo alla variabile dipendente e un'altro alla covariante.

Il programma chiede il numero di livelli per il fattore conside-
rato e il numero di soggetti per casella.

La tavola riassuntiva prevede la presentazione dell' F per la
variabile considerata, le medie per le variabili dipendente e per la
covariata, un valore F non-corretto per il fattore considerato, per
la sua covariante e valori di correlazione tra le misure dipendenti e la
covariata. :

Le pagine N.1, N.2, e N.3 presentano un output esemplificativo
quando i livelli sono due e il numero totale dei soggetti 51.

SUMMARY TABLE FOR CRAC-K

N.1

GROUPS = ATL2

BETWEEN GPS	SS= 424.580104	DF= 1	MS= 424.580104	F = 7.18346885 **
WITHIN GPS	SS= 2837.04787	DF= 48	MS= 59.105164	

TOTAL	SS= 3261.62798	DF= 49
-------	----------------	--------

** F<.01 * P<.05

SUMMARY OF DEPENDENT VARIATE MEANS

51.8148148
59.0833333

SUMMARY OF COVARIATE MEANS

22.5555556
32.7083333F-RATIO FOR NON-ADJUSTED DEPENDENT
VARIATE:

F(1,49) = 11.5902947 **

F-RATIO FOR COVARIATE

F(1,49) = 24.5919272 **

CORRELATION COEFFICIENTS

OVERALL CORRELATION BETWEEN DEPENDENT
VARIATE AND COVARIATE

RT = .265599667

CORRELATION BETWEEN DEPENDENT VARIATE
AND COVARIATE TREATMENT MEANS

RB = 1.00000001

WEIGHTED AVERAGE CORRELATION BETWEEN

RW = .0174033859

DATA USED IN THIS ANALYSIS

DATA FOR GROUP1

DEPENDENT VAR	COVARIATE
49	20
62	19
42	26
47	23
50	21
31	30
42	26
64	26
44	20
56	23
54	27
47	22
64	19
47	27
61	25
58	26
60	23
51	25
54	22
51	20
58	19
64	21
49	21
57	19
58	19
33	19
46	21

DATA FOR GROUP2

DEPENDENT VAR	COVARIATE
59	20
62	56
55	35
62	45
67	33
61	32
59	25
65	40
50	25
53	32
57	37
63	46
67	29
48	19
65	19

60	22
62	25
68	34
57	50
47	37
63	35
60	35
53	36
55	18

0: Programma

DESC.STAT 1

Anche questo programma calcola media, varianza e deviazione standard, ma con alcune opzioni che possono essere utili in particolari casi.

Il programma infatti chiede se le misure sopra indicate si vogliono calcolare su una POPOLAZIONE o su un CAMPIONE e successivamente se i dati sono raggruppati o non-raggruppati

Sulla base di queste opzioni sono richiesti i dati da elaborare in una data forma e sono calcolate le misure relative.

Le misure relative sono presentate sullo schermo e successivamente possono essere stampate.

La pagina 0.1 presenta un output esemplificativo.

PRG. STAT-TEST

METHOD = 1

KIND OF DATA = 1

NUMBER OF OBSERVATIONS: 5

RESULTS SUMMARY TABLE

MEAN = 27

VARIANCE = 9.9999998

DEVIATION = 3.16227763

P: Programma CHI-SQUARE

Il programma calcola il valore del CHI-QUADRATO sulla base delle frequenze ottenute su due variabili.

Un chi-quadrato significativo viene interpretato come l'esistenza di una relazione tra le due variabili.

Il numero di livelli per ciascuna variabile corrisponde al numero di righe e al numero di colonne di una tavola di contingenza.

Il coefficiente di contingenza viene calcolato per mostrare la forza della relazione tra le due variabili e il suo significato è simile a quello dato al coefficiente di correlazione.

Il programma chiede il numero di righe (cioè il numero di livelli della variabile) e il numero di colonne della 2a variabile). Successivamente vengono chiesti i valori di frequenza per ciascuna casella.

Al termine il programma stampa solo su video il valore del chi-quadrato, i gradi di libertà (df) e il valore del coefficiente di contingenza.

Se si vogliono eseguire più analisi basta rispondere con "Y" alla domanda "ANOTHER ANALYSIS?".

Chi-Square Statistic

P.1

df	$\chi^2_{.005}$	$\chi^2_{.01}$	$\chi^2_{.025}$	$\chi^2_{.05}$	$\chi^2_{.10}$	$\chi^2_{.15}$	$\chi^2_{.20}$	$\chi^2_{.25}$	$\chi^2_{.30}$	$\chi^2_{.35}$	$\chi^2_{.40}$	$\chi^2_{.45}$	$\chi^2_{.50}$	$\chi^2_{.55}$	$\chi^2_{.60}$
1	—	—	—	—	.02	.10	.45	1.3	2.7	3.8	5.0	6.6	7.9	10.8	13.8
2	.01	.02	.05	.10	.21	.58	1.4	2.8	4.6	6.0	7.4	9.2	10.6	13.8	16.3
3	.07	.11	.22	.35	.58	1.21	2.4	4.1	6.3	7.8	9.4	11.3	12.8	16.3	18.5
4	.21	.30	.48	.71	1.1	1.92	3.4	5.4	7.8	9.5	11.1	13.3	14.9	18.5	20.5
5	.41	.55	.83	1.1	1.6	2.7	4.4	6.6	9.2	11.1	12.8	15.1	16.7	20.5	22.5
6	.68	.87	1.2	1.6	2.2	3.5	5.4	7.8	10.6	12.6	14.4	16.8	18.5	22.5	24.3
7	.99	1.24	1.7	2.2	2.8	4.3	6.4	9.0	12.0	14.1	16.0	18.5	20.3	24.3	26.1
8	1.3	1.65	2.2	2.7	3.5	5.1	7.3	10.2	13.4	15.5	17.5	20.1	22.0	26.1	27.9
9	1.7	2.09	2.7	3.3	4.2	5.9	8.3	11.4	14.7	16.9	19.0	21.7	23.6	27.9	29.6
10	2.2	2.56	3.2	3.9	4.9	6.7	9.3	12.5	16.0	18.3	20.5	23.2	25.2	29.6	31.3
11	2.6	3.05	3.8	4.6	5.6	7.6	10.3	13.7	17.3	19.7	21.9	24.7	26.8	31.3	32.9
12	3.1	3.57	4.4	5.2	6.3	8.4	11.3	14.8	18.5	21.0	23.3	26.2	28.3	32.9	34.5
13	3.6	4.11	5.0	5.9	7.0	9.3	12.3	16.0	19.8	22.4	24.7	27.7	29.8	34.5	36.1
14	4.1	4.66	5.6	6.6	7.8	10.2	13.3	17.1	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3	36.1	37.7
15	4.6	5.23	6.3	7.3	8.5	11.0	14.3	18.2	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8	37.7	39.3
16	5.1	5.81	6.9	8.0	9.3	11.9	15.3	19.4	23.5	26.3	28.8	32.0	34.3	39.3	40.8
17	5.7	6.41	7.6	8.7	10.1	12.8	16.3	20.5	24.8	27.6	30.2	33.4	35.7	40.8	42.3
18	6.3	7.01	8.2	9.4	10.9	13.7	17.3	21.6	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2	42.3	43.8
19	6.8	7.63	8.9	10.1	11.7	14.6	18.3	22.7	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6	43.8	45.3
20	7.4	8.26	9.6	10.9	12.4	15.5	19.3	23.8	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0	45.3	46.8
21	8.0	8.9	10.3	11.6	13.2	16.3	20.3	24.9	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4	46.8	48.3
22	8.6	9.5	11.0	12.3	14.0	17.2	21.3	26.0	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8	48.3	49.7
23	9.3	10.2	11.7	13.1	14.8	18.1	22.3	27.1	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2	49.7	51.2
24	9.9	10.9	12.4	13.8	15.7	19.0	23.3	28.2	33.2	36.4	39.4	43.0	45.6	51.2	52.6
25	10.5	11.5	13.1	14.6	16.5	19.9	24.3	29.3	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9	52.6	54.0
26	11.2	12.2	13.8	15.4	17.3	20.8	25.3	30.4	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3	54.0	55.5
27	11.8	12.9	14.6	16.2	18.1	21.7	26.3	31.5	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6	55.5	56.9
28	12.5	13.6	15.3	16.9	18.9	22.7	27.3	32.6	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0	56.9	58.3
29	13.1	14.3	16.0	17.7	19.8	23.6	28.3	33.7	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3	58.3	59.7
30	13.8	15.0	16.8	18.5	20.6	24.5	29.3	34.8	40.3	43.8	47.0	50.9	53.3	59.7	

Note that median values of chi-square are in $\chi^2_{.50}$ column.

Source: Abridged from Table 8 of E. S. Pearson and H. O. Hartley, *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. 1, 2nd ed., 1958, published by the Syndicate of the Cambridge University Press, London; used by permission of the authors and publishers. This abridgment is reproduced from John G. Peatman, *Introduction to Applied Statistics*. New York: Harper & Row, Publishers, 1953. Reprinted by permission.

Critical Values of the F Distribution

df FOR DENOM.	α	df FOR NUMERATOR																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	∞
1	.25	5.83	7.50	8.20	8.58	8.82	8.98	9.10	9.19	9.26	9.32	9.41	9.49	9.58	9.63	9.67	9.71	9.76	9.85
	.10	39.9	49.5	53.6	55.8	57.2	58.2	58.9	59.4	59.9	60.2	60.7	61.2	61.7	62.0	62.3	62.5	62.8	63.3
	.05	161	200	216	225	230	234	237	239	240	242	244	246	248	249	250	251	252	254
	.025	648	800	864	900	922	937	948	957	963	969	977	985	993	997	1001	1006	1010	1018
	.01	4052	5000	5403	5625	5764	5859	5928	5982	6022	6056	6106	6157	6209	6235	6261	6287	6313	6366
	.001	4053*	5000*	5404*	5625*	5764*	5859*	5929*	5981*	6023*	6056*	6107*	6158*	6209*	6235*	6261*	6287*	6313*	6366*
2	.25	2.57	3.00	3.15	3.23	3.28	3.31	3.34	3.35	3.37	3.38	3.39	3.41	3.43	3.43	3.44	3.45	3.46	3.48
	.10	8.53	9.00	9.16	9.24	9.29	9.33	9.35	9.37	9.38	9.39	9.41	9.42	9.44	9.45	9.46	9.47	9.47	9.49
	.05	18.5	19.0	19.2	19.3	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
	.025	38.5	39.0	39.2	39.3	39.3	39.3	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4	39.4	39.5	39.5	39.5	39.5	39.5	39.5
	.01	98.5	99.0	99.2	99.3	99.3	99.3	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.4	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5	99.5
	.001	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	999	1000	1000	1000	1000	1000
3	.25	2.02	2.28	2.36	2.39	2.41	2.42	2.43	2.44	2.44	2.44	2.45	2.46	2.46	2.46	2.47	2.47	2.47	2.47
	.10	5.54	5.46	5.39	5.34	5.31	5.28	5.27	5.25	5.24	5.23	5.22	5.20	5.18	5.18	5.17	5.16	5.15	5.13
	.05	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.53
	.025	17.4	16.0	15.4	15.1	14.9	14.7	14.6	14.5	14.5	14.4	14.3	14.2	14.2	14.1	14.1	14.0	14.0	13.9
	.01	34.1	30.8	29.5	28.7	28.2	27.9	27.7	27.5	27.4	27.2	27.0	26.9	26.7	26.6	26.5	26.4	26.3	26.1
	.001	167	148	141	137	135	133	132	131	130	129	128	127	126	126	125	125	124	124
4	.25	1.81	2.00	2.05	2.06	2.07	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08	2.08
	.10	4.54	4.32	4.19	4.11	4.05	4.01	3.98	3.95	3.94	3.92	3.90	3.87	3.84	3.83	3.82	3.80	3.79	3.76
	.05	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.63
	.025	12.2	10.6	9.98	9.60	9.36	9.20	9.07	8.98	8.90	8.84	8.75	8.66	8.56	8.51	8.46	8.41	8.36	8.26
	.01	21.2	18.0	16.7	16.0	15.5	15.2	15.0	14.8	14.7	14.6	14.4	14.2	14.0	13.9	13.8	13.8	13.6	13.5
	.001	74.1	61.2	56.2	53.4	51.7	50.5	49.7	49.0	48.5	48.0	47.4	46.8	46.1	45.8	45.4	45.1	44.8	44.0
*Multiply these entries by 100.																			
5	.25	1.69	1.85	1.88	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.89	1.88	1.88	1.88	1.88	1.87	1.87
	.10	4.06	3.78	3.62	3.52	3.45	3.40	3.37	3.34	3.32	3.30	3.27	3.24	3.21	3.19	3.17	3.16	3.14	3.10
	.05	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.36
	.025	10.0	8.43	7.76	7.39	7.15	6.98	6.85	6.76	6.68	6.62	6.52	6.43	6.33	6.28	6.23	6.18	6.12	6.02
	.01	16.3	13.3	12.1	11.4	11.0	10.7	10.5	10.3	10.2	10.0	9.89	9.72	9.55	9.47	9.38	9.29	9.20	9.02
	.001	47.2	37.1	33.2	31.1	29.8	28.8	28.2	27.6	27.2	26.9	26.4	25.9	25.4	25.1	24.9	24.6	24.3	23.8
6	.25	1.62	1.76	1.78	1.79	1.79	1.78	1.78	1.78	1.77	1.77	1.77	1.76	1.76	1.75	1.75	1.75	1.74	1.74
	.10	3.78	3.46	3.29	3.18	3.11	3.05	3.01	2.98	2.96	2.94	2.90	2.87	2.84	2.82	2.80	2.78	2.76	2.72
	.05	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.67
	.025	8.81	7.26	6.60	6.23	5.99	5.82	5.70	5.60	5.52	5.46	5.37	5.27	5.17	5.12	5.07	5.01	4.96	4.85
	.01	13.8	10.9	9.78	9.15	8.75	8.47	8.26	8.10	7.98	7.87	7.72	7.56	7.40	7.31	7.23	7.14	7.06	6.88
	.001	35.5	27.0	23.7	21.9	20.8	20.0	19.5	19.0	18.7	18.4	18.0	17.6	17.1	16.9	16.7	16.4	16.2	15.8
7	.25	1.57	1.70	1.72	1.72	1.71	1.71	1.70	1.70	1.69	1.69	1.68	1.68	1.67	1.67	1.66	1.66	1.65	1.65
	.10	3.59	3.26	3.07	2.96	2.88	2.83	2.78	2.75	2.72	2.70	2.67	2.63	2.59	2.58	2.56	2.54	2.51	2.47
	.05	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.23
	.025	8.07	6.54	5.89	5.52	5.29	5.12	4.99	4.90	4.82	4.76	4.67	4.57	4.47	4.42	4.36	4.31	4.25	4.14
	.01	12.2	9.55	8.45	7.85	7.46	7.19	6.99	6.84	6.72	6.62	6.47	6.31	6.16	6.07	5.99	5.91	5.82	5.65
	.001	29.2	21.7	18.8	17.2	16.2	15.5	15.0	14.6	14.3	14.1	13.7	13.3	12.9	12.7	12.5	12.3	12.1	11.7
8	.25	1.54	1.66	1.67	1.66	1.66	1.65	1.64	1.64	1.63	1.63	1.62	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58
	.10	3.46	3.11	2.92	2.81	2.73	2.67	2.62	2.59	2.56	2.54	2.50	2.46	2.42	2.40	2.38	2.36	2.34	2.29
	.05	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.93
	.025	7.57	6.06	5.42	5.05	4.82	4.65	4.53	4.43	4.36	4.30	4.20	4.10	4.00	3.95	3.89	3.84	3.78	3.67
	.01	11.3	8.65	7.59	7.01	6.63	6.37	6.18	6.03	5.91	5.81	5.67	5.52	5.36	5.28	5.20	5.12	5.03	4.86
	.001	25.4	18.5	15.8	14.4	13.5	12.9	12.4	12.0	11.8	11.5	11.2	10.8	10.5	10.3	10.1	9.92	9.73	9.33
9	.25	1.51	1.62	1.63	1.63	1.62	1.61	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.54	1.54	1.53
	.10	3.36	3.01	2.81	2.69	2.61	2.55	2.51	2.47	2.44	2.42	2.38	2.34	2.30	2.28	2.25	2.23	2.21	2.16
	.05	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.71
	.025	7.21	5.71	5.08	4.72	4.48	4.32	4.20	4.10	4.03	3.96	3.87	3.77	3.67	3.61	3.56	3.51	3.45	3.33
	.01	10.6	8.02	6.99	6.42	6.06	5.80	5.61	5.47	5.35	5.26	5.11	4.96	4.81	4.73	4.65	4.57	4.48	4.31
	.001	22.9	16.4	13.9	12.6	11.7	11.1	10.7	10.4	10.1	9.89	9.57	9.24	8.90	8.72	8.55	8.37	8.19	7.81

df FOR DENOM.	α	df FOR NUMERATOR																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	∞
10	.25	1.49	1.60	1.60	1.59	1.59	1.58	1.57	1.56	1.56	1.55	1.54	1.53	1.52	1.52	1.51	1.51	1.50	1.48
	.10	3.29	2.92	2.73	2.61	2.52	2.46	2.41	2.38	2.35	2.32	2.28	2.24	2.20	2.18	2.16	2.13	2.11	2.06
	.05	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.54
	.025	6.94	5.46	4.83	4.47	4.24	4.07	3.95	3.85	3.78	3.72	3.62	3.52	3.42	3.37	3.31	3.26	3.20	3.08
	.01	10.0	7.56	6.55	5.99	5.64	5.39	5.20	5.06	4.94	4.85	4.71	4.56	4.41	4.33	4.25	4.17	4.08	3.91
	.001	21.0	14.9	12.6	11.3	10.5	9.92	9.52	9.20	8.96	8.75	8.45	8.13	7.80	7.64	7.47	7.30	7.12	6.76
11	.25	1.47	1.58	1.58	1.57	1.56	1.55	1.54	1.53	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.47	1.45
	.10	3.23	2.86	2.66	2.54	2.45	2.39	2.34	2.30	2.27	2.25	2.21	2.17	2.12	2.10	2.08	2.05	2.03	1.97
	.05	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.40
	.025	6.72	5.26	4.63	4.28	4.04	3.88	3.76	3.66	3.59	3.53	3.43	3.33	3.23	3.17	3.12	3.06	3.00	2.88
	.01	9.65	7.21	6.22	5.67	5.32	5.07	4.89	4.74	4.63	4.54	4.40	4.25	4.10	4.02	3.94	3.86	3.78	3.60
	.001	19.7	13.8	11.6	10.4	9.58	9.05	8.66	8.35	8.12	7.92	7.63	7.32	7.01	6.85	6.68	6.52	6.35	6.00
12	.25	1.46	1.56	1.56	1.55	1.54	1.53	1.52	1.51	1.51	1.50	1.49	1.48	1.47	1.46	1.45	1.45	1.44	1.42
	.10	3.18	2.81	2.61	2.48	2.39	2.33	2.28	2.24	2.21	2.19	2.15	2.10	2.06	2.04	2.01	1.99	1.96	1.90
	.05	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.30
	.025	6.55	5.10	4.47	4.12	3.89	3.73	3.61	3.51	3.44	3.37	3.28	3.18	3.07	3.02	2.96	2.91	2.85	2.72
	.01	9.33	6.93	5.95	5.41	5.06	4.82	4.64	4.50	4.39	4.30	4.16	4.01	3.86	3.78	3.70	3.62	3.54	3.36
	.001	18.6	13.0	10.8	9.63	8.89	8.38	8.00	7.71	7.48	7.29	7.00	6.71	6.40	6.25	6.09	5.93	5.76	5.42
13	.25	1.45	1.55	1.55	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.49	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.40
	.10	3.14	2.76	2.56	2.43	2.35	2.28	2.23	2.20	2.16	2.14	2.10	2.05	2.01	1.98	1.96	1.93	1.90	1.85
	.05	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.21
	.025	6.41	4.97	4.35	4.00	3.77	3.60	3.48	3.39	3.31	3.25	3.15	3.05	2.95	2.89	2.84	2.78	2.72	2.60
	.01	9.07	6.70	5.74	5.21	4.86	4.62	4.44	4.30	4.19	4.10	3.96	3.82	3.66	3.59	3.51	3.43	3.34	3.17
	.001	17.8	12.3	10.2	9.07	8.35	7.86	7.49	7.21	6.98	6.80	6.52	6.23	5.93	5.78	5.63	5.47	5.30	4.97
14	.25	1.44	1.53	1.53	1.52	1.51	1.50	1.49	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.38
	.10	3.10	2.73	2.52	2.39	2.31	2.24	2.19	2.15	2.12	2.10	2.05	2.01	1.96	1.94	1.91	1.89	1.86	1.80
	.05	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.13
	.025	6.30	4.86	4.24	3.89	3.66	3.50	3.38	3.29	3.21	3.15	3.05	2.95	2.84	2.79	2.73	2.67	2.61	2.49
	.01	8.86	6.51	5.56	5.04	4.69	4.46	4.28	4.14	4.03	3.94	3.80	3.66	3.51	3.43	3.35	3.27	3.18	3.00
	.001	17.1	11.8	9.73	8.62	7.92	7.43	7.08	6.80	6.58	6.40	6.13	5.85	5.56	5.41	5.25	5.10	4.94	4.60
15	.25	1.43	1.52	1.52	1.51	1.49	1.48	1.47	1.46	1.46	1.45	1.44	1.43	1.41	1.41	1.40	1.39	1.38	1.36
	.10	3.07	2.70	2.49	2.36	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.06	2.02	1.97	1.92	1.90	1.87	1.85	1.82	1.76
	.05	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.07
	.025	6.20	4.77	4.15	3.80	3.58	3.41	3.29	3.20	3.12	3.06	2.96	2.86	2.76	2.70	2.64	2.59	2.52	2.40
	.01	8.68	6.36	5.42	4.89	4.56	4.32	4.14	4.00	3.89	3.80	3.67	3.52	3.37	3.29	3.21	3.13	3.05	2.87
	.001	16.6	11.3	9.34	8.25	7.57	7.09	6.74	6.47	6.26	6.08	5.81	5.54	5.25	5.10	4.95	4.80	4.64	4.31
16	.25	1.42	1.51	1.51	1.50	1.48	1.47	1.46	1.45	1.44	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.34
	.10	3.05	2.67	2.46	2.33	2.24	2.18	2.13	2.09	2.06	2.03	1.99	1.94	1.89	1.87	1.84	1.81	1.78	1.72
	.05	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.01
	.025	6.12	4.69	4.08	3.73	3.50	3.34	3.22	3.12	3.05	2.99	2.89	2.79	2.68	2.63	2.57	2.51	2.45	2.32
	.01	8.53	6.23	5.29	4.77	4.44	4.20	4.03	3.89	3.78	3.69	3.55	3.41	3.26	3.18	3.10	3.02	2.93	2.75
	.001	16.1	11.0	9.00	7.94	7.27	6.81	6.46	6.19	5.98	5.81	5.55	5.27	4.99	4.85	4.70	4.54	4.39	4.06
17	.25	1.42	1.51	1.50	1.49	1.47	1.46	1.45	1.44	1.43	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.33
	.10	3.03	2.64	2.44	2.31	2.22	2.15	2.10	2.06	2.03	2.00	1.96	1.91	1.86	1.84	1.81	1.78	1.75	1.69
	.05	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	1.96
	.025	6.04	4.62	4.01	3.66	3.44	3.28	3.16	3.06	2.98	2.92	2.82	2.72	2.62	2.56	2.50	2.44	2.38	2.25
	.01	8.40	6.11	5.18	4.67	4.34	4.10	3.93	3.79	3.68	3.59	3.46	3.31	3.16	3.08	3.00	2.92	2.83	2.65
	.001	15.7	10.7	8.73	7.68	7.02	6.56	6.22	5.96	5.75	5.58	5.32	5.05	4.78	4.63	4.48	4.33	4.18	3.85
18	.25	1.41	1.50	1.49	1.48	1.46	1.45	1.44	1.43	1.42	1.42	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.32
	.10	3.01	2.62	2.42	2.29	2.20	2.13	2.08	2.04	2.00	1.98	1.93	1.89	1.84	1.81	1.78	1.75	1.72	1.66
	.05	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.92
	.025	5.98	4.56	3.95	3.61	3.38	3.22	3.10	3.01	2.93	2.87	2.77	2.67	2.56	2.50	2.44	2.38	2.32	2.19
	.01	8.29	6.01	5.09	4.58	4.25	4.01	3.84	3.71	3.60	3.51	3.37	3.23	3.08	3.00	2.92	2.84	2.75	2.57
	.001	15.4	10.4	8.49	7.46	6.81	6.35	6.02	5.76	5.56	5.39	5.13	4.87	4.59	4.45	4.30	4.15	4.00	3.67

df FOR DENOM.	α	df FOR NUMERATOR																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	∞
19	.25	1.41	1.49	1.49	1.47	1.46	1.44	1.43	1.42	1.41	1.41	1.40	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.30
	.10	2.99	2.61	2.40	2.27	2.18	2.11	2.06	2.02	1.98	1.96	1.91	1.86	1.81	1.79	1.76	1.73	1.70	1.63
	.05	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.88
	.025	5.92	4.51	3.90	3.56	3.33	3.17	3.05	2.96	2.88	2.82	2.72	2.62	2.51	2.45	2.39	2.33	2.27	2.13
	.01	8.18	5.93	5.01	4.50	4.17	3.94	3.77	3.63	3.52	3.43	3.30	3.15	3.00	2.92	2.84	2.76	2.67	2.49
	.001	15.1	10.2	8.28	7.26	6.62	6.18	5.85	5.59	5.39	5.22	4.97	4.70	4.43	4.29	4.14	3.99	3.84	3.51
20	.25	1.40	1.49	1.48	1.47	1.45	1.44	1.43	1.42	1.41	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.32	1.29
	.10	2.97	2.59	2.38	2.25	2.16	2.09	2.04	2.00	1.96	1.94	1.89	1.84	1.79	1.77	1.74	1.71	1.68	1.61
	.05	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.84
	.025	5.87	4.46	3.86	3.51	3.29	3.13	3.01	2.91	2.84	2.77	2.68	2.57	2.46	2.41	2.35	2.29	2.22	2.09
	.01	8.10	5.85	4.94	4.43	4.10	3.87	3.70	3.56	3.46	3.37	3.23	3.09	2.94	2.86	2.78	2.69	2.61	2.42
	.001	14.8	9.95	8.10	7.10	6.46	6.02	5.69	5.44	5.24	5.08	4.82	4.56	4.29	4.15	4.00	3.86	3.70	3.38
22	.25	1.40	1.48	1.47	1.45	1.44	1.42	1.41	1.40	1.39	1.39	1.37	1.36	1.34	1.33	1.32	1.31	1.30	1.28
	.10	2.95	2.56	2.35	2.22	2.13	2.06	2.01	1.97	1.93	1.90	1.86	1.81	1.76	1.73	1.70	1.67	1.64	1.57
	.05	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.78
	.025	5.79	4.38	3.78	3.44	3.22	3.05	2.93	2.84	2.76	2.70	2.60	2.50	2.39	2.33	2.27	2.21	2.14	2.00
	.01	7.95	5.72	4.82	4.31	3.99	3.76	3.59	3.45	3.35	3.26	3.12	2.98	2.83	2.75	2.67	2.58	2.50	2.31
	.001	14.4	9.61	7.80	6.81	6.19	5.76	5.44	5.19	4.99	4.83	4.58	4.33	4.06	3.92	3.78	3.63	3.48	3.15
24	.25	1.39	1.47	1.46	1.44	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.38	1.36	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.26
	.10	2.93	2.54	2.33	2.19	2.10	2.04	1.98	1.94	1.91	1.88	1.83	1.78	1.73	1.70	1.67	1.64	1.61	1.53
	.05	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.73
	.025	5.72	4.32	3.72	3.38	3.15	2.99	2.87	2.78	2.70	2.64	2.54	2.44	2.33	2.27	2.21	2.15	2.08	1.94
	.01	7.82	5.61	4.72	4.22	3.90	3.67	3.50	3.36	3.26	3.17	3.03	2.89	2.74	2.66	2.58	2.49	2.40	2.21
	.001	14.0	9.34	7.55	6.59	5.98	5.55	5.23	4.99	4.80	4.64	4.39	4.14	3.87	3.74	3.59	3.45	3.29	2.97
26	.25	1.38	1.46	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.37	1.35	1.34	1.32	1.31	1.30	1.29	1.28	1.25
	.10	2.91	2.52	2.31	2.17	2.08	2.01	1.96	1.92	1.88	1.86	1.81	1.76	1.71	1.68	1.65	1.61	1.58	1.50
	.05	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.69
	.025	5.66	4.27	3.67	3.33	3.10	2.94	2.82	2.73	2.65	2.59	2.49	2.39	2.28	2.22	2.16	2.09	2.03	1.88
	.01	7.72	5.53	4.64	4.14	3.82	3.59	3.42	3.29	3.18	3.09	2.96	2.81	2.66	2.58	2.50	2.42	2.33	2.13
	.001	13.7	9.12	7.36	6.41	5.80	5.38	5.07	4.83	4.64	4.48	4.24	3.99	3.72	3.59	3.44	3.30	3.15	2.82
28	.25	1.38	1.46	1.45	1.43	1.41	1.40	1.39	1.38	1.37	1.36	1.34	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.27	1.24
	.10	2.89	2.50	2.29	2.16	2.06	2.00	1.94	1.90	1.87	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.63	1.59	1.56	1.48
	.05	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.65
	.025	5.61	4.22	3.63	3.29	3.06	2.90	2.78	2.69	2.61	2.55	2.45	2.34	2.23	2.17	2.11	2.05	1.98	1.83
	.01	7.64	5.45	4.57	4.07	3.75	3.53	3.36	3.23	3.12	3.03	2.90	2.75	2.60	2.52	2.44	2.35	2.26	2.06
	.001	13.5	8.93	7.19	6.25	5.66	5.24	4.93	4.69	4.50	4.35	4.11	3.86	3.60	3.46	3.32	3.18	3.02	2.69
30	.25	1.38	1.45	1.44	1.42	1.41	1.39	1.38	1.37	1.36	1.35	1.34	1.32	1.30	1.29	1.28	1.27	1.26	1.23
	.10	2.88	2.49	2.28	2.14	2.05	1.98	1.93	1.88	1.85	1.82	1.77	1.72	1.67	1.64	1.61	1.57	1.54	1.46
	.05	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.62
	.025	5.57	4.18	3.59	3.25	3.03	2.87	2.75	2.65	2.57	2.51	2.41	2.31	2.20	2.14	2.07	2.01	1.94	1.79
	.01	7.56	5.39	4.51	4.02	3.70	3.47	3.30	3.17	3.07	2.98	2.84	2.70	2.55	2.47	2.39	2.30	2.21	2.01
	.001	13.3	8.77	7.05	6.12	5.53	5.12	4.82	4.58	4.39	4.24	4.00	3.75	3.49	3.36	3.22	3.07	2.92	2.59
40	.25	1.36	1.44	1.42	1.40	1.39	1.37	1.36	1.35	1.34	1.33	1.31	1.30	1.28	1.26	1.25	1.24	1.22	1.19
	.10	2.84	2.44	2.23	2.09	2.00	1.93	1.87	1.83	1.79	1.76	1.71	1.66	1.61	1.57	1.54	1.51	1.47	1.38
	.05	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.51
	.025	5.42	4.05	3.46	3.13	2.90	2.74	2.62	2.53	2.45	2.39	2.29	2.18	2.07	2.01	1.94	1.88	1.80	1.64
	.01	7.31	5.18	4.31	3.83	3.51	3.29	3.12	2.99	2.89	2.80	2.66	2.52	2.37	2.29	2.20	2.11	2.02	1.80
	.001	12.6	8.25	6.60	5.70	5.13	4.73	4.44	4.21	4.02	3.87	3.64	3.40	3.15	3.01	2.87	2.73	2.57	2.23
60	.25	1.35	1.42	1.41	1.38	1.37	1.35	1.33	1.32	1.31	1.30	1.29	1.27	1.25	1.24	1.22	1.21	1.19	1.15
	.10	2.79	2.39	2.18	2.04	1.95	1.87	1.82	1.77	1.74	1.71	1.66	1.60	1.54	1.51	1.48	1.44	1.40	1.29
	.05	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.39
	.025	5.29	3.93	3.34	3.01	2.79	2.63	2.51	2.41	2.33	2.27	2.17	2.06	1.94	1.88	1.82	1.74	1.67	1.48
	.01	7.08	4.98	4.13	3.65	3.34	3.12	2.95	2.82	2.72	2.63	2.50	2.35	2.20	2.12	2.03	1.94	1.84	1.60
	.001	12.0	7.76	6.17	5.31	4.76	4.37	4.09	3.87	3.69	3.54	3.31	3.08	2.83	2.69	2.55	2.41	2.25	1.89

<i>df</i> FOR DENOM.	α	<i>df</i> FOR NUMERATOR																	
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	∞
120	.25	1.34	1.40	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.30	1.29	1.28	1.26	1.24	1.22	1.21	1.19	1.18	1.16	1.10
	.10	2.75	2.35	2.13	1.99	1.90	1.82	1.77	1.72	1.68	1.65	1.60	1.55	1.48	1.45	1.41	1.37	1.32	1.19
	.05	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.25
	.025	5.15	3.80	3.23	2.89	2.67	2.52	2.39	2.30	2.22	2.16	2.05	1.94	1.82	1.76	1.69	1.61	1.53	1.31
	.01	6.85	4.79	3.95	3.48	3.17	2.96	2.79	2.66	2.56	2.47	2.34	2.19	2.03	1.95	1.86	1.76	1.66	1.38
	.001	11.4	7.32	5.79	4.95	4.42	4.04	3.77	3.55	3.38	3.24	3.02	2.78	2.53	2.40	2.26	2.11	1.95	1.54
∞	.25	1.32	1.39	1.37	1.35	1.33	1.31	1.29	1.28	1.27	1.25	1.24	1.22	1.19	1.18	1.16	1.14	1.12	1.00
	.10	2.71	2.30	2.08	1.94	1.85	1.77	1.72	1.67	1.63	1.60	1.55	1.49	1.42	1.38	1.34	1.30	1.24	1.00
	.05	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.00
	.025	5.02	3.69	3.12	2.79	2.57	2.41	2.29	2.19	2.11	2.05	1.94	1.83	1.71	1.64	1.57	1.48	1.39	1.00
	.01	6.63	4.61	3.78	3.32	3.02	2.80	2.64	2.51	2.41	2.32	2.18	2.04	1.88	1.79	1.70	1.59	1.47	1.00
	.001	10.8	6.91	5.42	4.62	4.10	3.74	3.47	3.27	3.10	2.96	2.74	2.51	2.27	2.13	1.99	1.84	1.66	1.00

This table is abridged from Table 18 in E. S. Pearson and H. O. Hartley (Eds.), *Biometrika tables for statisticians* (3rd ed., Vol. 1), Cambridge University Press, New York, 1970, by permission of the *Biometrika* Trustees.